

Ekonomietrian tilastolliset menetelmät

Laskuharjoitus 2

2014, Tammikuu 23

1 Laskutehtäviä

1. Tarkastellaan lineaarista mallia

$$Y_i = X_i\beta + u_i = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + u_i, \quad i = 1, \dots, N,$$

missä $X_i = (X_{i1}, X_{i2})$ ja $\beta = (\beta_1, \beta_2)'$. Olkoon $\mathcal{Y} = (Y_1, \dots, Y_N)'$ $N \times 1$ -vektori ja olkoon \mathcal{X} $N \times 2$ -matriisi, jonka rivit ovat X_i . Pienimmän neliösumman estimaattori on

$$\hat{\beta}_{OLS} = (\mathcal{X}'\mathcal{X})^{-1}\mathcal{X}'\mathcal{Y} = \left(\sum_{i=1}^N X_i'X_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N X_i'Y_i.$$

Olkoon $X_{i1} \equiv 1$ ja merkitään $X_{i2} = x_i$, jolloin malli voidaan kirjoittaa

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i, \quad i = 1, \dots, N.$$

Osoita, että

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i'X_i = \begin{bmatrix} 1 & \bar{x} \\ \bar{x} & N^{-1} \sum_{i=1}^N x_i^2 \end{bmatrix}$$

ja

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i'Y_i = \begin{bmatrix} \bar{Y} \\ N^{-1} \sum_{i=1}^N x_i Y_i \end{bmatrix},$$

missä $\bar{Y} = N^{-1} \sum_{i=1}^N Y_i$ ja $\bar{x} = N^{-1} \sum_{i=1}^N x_i$.

2. Todennäköisyydet $P(X = k, Y = l)$, $k, l = 0, 1, 2$, on annettu taulukossa

		X		
		0	1	2
Y	0	0.05	0.1	0.03
	1	0.21	0.11	0.19
	2	0.08	0.15	0.08

- (a) Laske EY .
- (b) Laske $E(Y | X = 0)$.
- (c) Laske $P(E(Y | X) = 0.37/0.34)$.
3. Olkoon u skalaarisatunnaismuuttuja ja olkoon X $K \times 1$ satunnaisvektori. Olkoon $E(u | X) = 0$. Perustele ehdollisen odotusarvon ominaisuuksien perusteella, että
- (a) $Eu = 0$,
- (b) $\text{Cov}(u, f(X)) = 0$ kaikille $f : \mathbf{R}^K \rightarrow \mathbf{R}$,
- (c) $EXu = 0$.
4. Olkoot y ja x skalaarisatunnaismuuttujia. Olkoon $E(y | x) = \delta_0 + \delta_1 x + \delta_2 x^2$ ja $Ex = 0$.

- (a) Laske osittaisvaikutus

$$\frac{\partial}{\partial x} E(y | x).$$

- (b) Osoita, että

$$E_x \frac{\partial}{\partial x} E(y | x) = \delta_1.$$

- (c) Olkoon $Ex^3 = 0$ (x :n jakauma on symmetrinen). Osoita, että $L(y | 1, x) = \alpha + \delta_1 x$ jollekin vakiolle α , missä $L(y | 1, x)$ on y :n lineaarinen projektio $(1, x)$:lle.

2 Tietokonetehtäviä

Tutkitaan aineistoa, jossa on kaksi muuttujaa:

- RealGDP: Quarterly values of Real GDP for the United States in Billions of Chained (2000) Dollars Seasonally Adjusted, Annual Rate.

- TBillRate: Quarterly values of the rate on 3-month Treasury Bills. Quaterterly averages of daily rates in percentage points at an annual rate.

Aineiston voi lukea R:ään komennolla

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/econometrics/USMacro_Quarterly.csv"
data<-read.table(file,skip=1,sep=",")
```

Aineiston voi lukea SAS:iin komennolla

```
FILENAME myurl URL 'http://cc.oulu.fi/~jklemela/econometrics/USMacro_Quarterly.txt'
DATA USmacro;
  INFILE myurl firstobs=2;
  INPUT time $ gdpq tbill;
RUN;
```

5. Olkoon

$$Y_t = \log(\text{RealGDP}_t) - \log(\text{RealGDP}_{t-1})$$

ja

$$X_t = \text{TbillRate}_t - \text{TbillRate}_{t-1}$$

(a) Sovitetaan malli

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + u_t.$$

Suorita OLS-regressio ja luettele kertoimien pienimmän neliösumman estimaatit. Ohje: R:ssä voi käyttää ohjelmaa “lm” ja SAS:ssa ohjelmaa PROC REG.

(b) Suorita t-testit ja F-testi. Ohje: R:ssä voi käyttää komentoa “summary”.

(c) Kokeile lineaarista mallia ilman vakiotermiä:

$$Y_t = \beta_1 X_{t-1} + u_t.$$

3 Kertaustehtäviä (eivät kuulu laskuharjoitukseen)

1. Olkoot X ja W satunnaisvektoreita ja $X = f(W)$ jollekin funktiolle f . Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

(a) $E(Y | X) = E[E(Y | W) | X]$,

(b) $E(Y | W) = E[E(Y | W) | X]$,

(c) $E(Y | X) = E[E(Y | X) | W]$,

(d) $E(Y | W) = E[E(Y | X) | W]$.