

Markkinariskin analyysi

Laskuharjoitus 1

2014, syyskuu 9

1 Laskutehtäviä

- Määrittele reaaliarvoisen satunnaismuuttujan X varianssi $\text{Var}(X)$.
 - Määrittele kahden reaaliarvoisen satunnaismuuttujan X ja Y kovarianssi $\text{Cov}(X, Y)$.
- Olkoot X ja Y reaaliarvoisia satunnaismuuttujia ja $a, b, c, d \in \mathbf{R}$.
 - Laske $\text{Var}(aX + bY + c)$.
 - Laske $\text{Cov}(aX + b, cY + d)$.
- Olkoon $f_X : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ reaaliarvoisen satunnaismuuttujan X tiheysfunktio. Olkoon $f_Y : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ reaaliarvoisen satunnaismuuttujan Y tiheysfunktio. Olkoon $f_{X,Y} : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ satunnaismuuttujien X ja Y yhteistiheysfunktio. Määrittele ehdollisen jakauman $Y | X = x$ tiheysfunktio $f_{Y|X=x} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$.
- Yhden muuttujan funktiolle $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ pätee sopivien säännöllisysehtojen vallitessa, että

$$f(x + h) = f(x) + hf'(\theta),$$

missä θ on $x + h$:n ja x :n välissä, joten saadaan approksimaatio

$$f(x + h) \approx f(x) + hf'(x).$$

Yleistä tämä approksimaatio monen muuttujan funktiolle $f : \mathbf{R}^d \rightarrow \mathbf{R}$.

2 Tietokonetehtäviä

Tutkitaan aikasarjaa S&P 500 osakeindeksin päivittäisistä päätöskursseista ajalta 1950-01-03 – 2012-10-19. Lue data R:ään komennoilla

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/marketrisk/sp500.csv"
data<-read.csv(file=file)
sp500<-data[,7]
sp500<-sp500[length(sp500):1]
plot(sp500,type="l")
```

Aineisto on saatavilla myös sivulta

<http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GSPC+Historical+Prices>

5. (a) Muuta hintojen aikasarja tuottojen aikasarjaksi. Tuotto voidaan määrittellä kolmella tavalla:

$$\log(S_t/S_{t-1}), \quad (S_t - S_{t-1})/S_{t-1}, \quad S_t/S_{t-1}.$$

- (b) Laske päivätuottojen keskiarvo ja mediaani.
(c) Laske tuoton volatilitteetti eli keskihajonta ja tuoton 5%-kvantiili.