

Markkinariskin analyysi

Laskuharjoitus 2

2014, syyskuu 16

1 Laskutehtäviä

1. Määritellään kertymäfunktio $F : \mathbf{R} \rightarrow [0, 1]$,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1/3, & 1 \leq x < 2, \\ 2/3, & 2 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

Laske kvantiilifunktio

$$q_\alpha(F) = \inf \{x \in \mathbf{R} : F(x) \geq \alpha\},$$

kun $0 < \alpha \leq 1$.

2. Olkoon L jakautunut siten, että

$$\frac{L - \mu}{\sigma}$$

noudattaa standardia t -jakaumaa vapausastein ν , jonka kertymäfunktioita merkitään t_ν , joten

$$t_\nu(x) = P\left(\frac{L - \mu}{\sigma} \leq x\right).$$

Johda lauseke L :n kvantiilille $q_\alpha(L)$. Ohje: ratkaise yhtälö

$$P(L \leq q_\alpha(L)) = \alpha$$

käyttäen hyväksi t -jakauman kertymäfunktion käänteisfunktioita.

3. Olkoon L Bernoulli-satunnaismuuttuja joka saa arvot 0 ja 1 todennäköisyyksillä $P(L = 0) = 0.95$ ja $P(L = 1) = 0.05$.
 - (a) Laske kvantiilifunktio $q_\alpha(L)$, $0 < \alpha < 1$.
 - (b) Laske odotettu vaje $ES_\alpha(L)$, kun $0 < \alpha < 1$.

4. Olkoon L Bernoulli-satunnaismuuttuja joka saa arvot 0 ja 1 todennäköisyyksillä $P(L = 0) = 0.95$ ja $P(L = 1) = 0.05$. Olkoot L_1 ja L_2 riippumattomia ja samoin jakautuneita siten, että $L_1 \sim L_2 \sim L$.
 - (a) Laske kvantiilifunktio $q_\alpha(L_1 + L_2)$, $0 < \alpha < 1$.
 - (b) Laske odotettu vaje $ES_\alpha(L_1 + L_2)$, kun $0 < \alpha < 1$.

2 Tietokonetehtäviä

Tutkitaan aikasarjaa S&P 500 osakeindeksin päivittäisistä päätöskursseista ajalta 1950-01-03 – 2012-10-19. Lue data R:ään komendoilla

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/marketrisk/sp500.csv"
data<-read.csv(file=file)
sp500<-data[,7]
sp500<-sp500[length(sp500):1]
plot(sp500,type="l")
```

Muunna hintojen aikasarja tuotoiksi

```
pituus<-length(sp500)
tuotto<-log(sp500[2:pituus])-log(sp500[1:(pituus-1)])
plot(tuotto,type="l")
```

5. (a) Oletetaan, että portfolio koostuu 10 kappaleesta S&P 500 indeksiosuutta. Oletetaan, että eletään päivää 2014-08-28, jolloin yhden indeksiosuuden arvo on 1996.74 USD. Laske portfoliolle VaR_α yhden päivän horisontilla kun $\alpha = 0.95$ ja $\alpha = 0.99$, käyttäen empiiristä kvantiilia.
- (b) Laske edelliselle portfoliolle VaR_α kymmenen päivän horisontilla kun $\alpha = 0.95$ ja $\alpha = 0.99$, käyttäen empiiristä kvantiilia.

3 Kertauskysymyksiä (eivät kuulu laskuharjoitukseen)

1. Selitä mitä tarkoitetaan
 - (a) markkinariskillä (market risk),
 - (b) luottoriskillä (credit risk),
 - (c) toiminnallisella riskillä (operational risk).
2. Olkoon arvopaperisalkun tappio hetkellä $t + 1$

$$L_{t+1} = -(V_{t+1} - V_t),$$

missä V_t on arvopaperisalkun arvo hetkellä t . Kirjoitetaan $V_t = f(t, Z_t)$, missä $Z_t = (Z_{t,1}, \dots, Z_{t,d})$ on riskitekijöiden vektori. Johda tappiolle L_{t+1} lineaarinen approksimaatio L_{t+1}^Δ .

3. Olkoon L_{t+1} satunnaismuuttuja, jonka arvo on arvopaperisalkun tappio hetkellä $t + 1$. Määrittele $\text{VaR}_\alpha(L_{t+1})$ (value-at-risk) arvopaperisalkulle luottamustasolla $0 < \alpha < 1$
 - (a) sanallisesti
 - (b) matemaattisella kaavalla.