

Pitkittäis- ja paneeliaineistojen analysointi

Laskuharjoitus 3

2014, Huhtikuu 2

1 Laskutehtäviä

1. Tarkastellaan systeemimallia

$$Y_i = X_i\beta + u_i,$$

$i = 1, \dots, N$, missä havainnot ovat i.i.d., X_i on $G \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y_i sekä u_i ovat $G \times 1$ -vektoreita.

- (a) Määrittele estimaattori matriisille $E(X_i u_i u_i' X_i)$.
- (b) Oletetaan, että

$$E(X_i u_i u_i' X_i) = E(X_i' \Omega X_i),$$

missä $\Omega = E(u_i u_i')$. Määrittele estimaattori matriisille Ω .

- (c) Oletetaan lisäksi, että

$$\Omega = \sigma^2 I_G,$$

missä σ^2 on vakio. Määrittele estimaattori parametrille σ^2 .

2. Tarkastellaan paneelimallia

$$Y_i = X_i\beta + u_i,$$

$i = 1, \dots, N$, missä havainnot ovat i.i.d., X_i on $T \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y_i sekä u_i ovat $T \times 1$ -vektoreita. Käytetään merkintöjä $u_i = [u_{it}]_{t=1, \dots, T}$ ja $X_i = [X_{itk}]_{t=1, \dots, T, k=1, \dots, K}$. Oletetaan, että

$$E(u_i | X_i) = 0.$$

Osoita, että

$$E(u_{it} X_{it'k}) = 0$$

kaikilla $t, t' = 1, \dots, T$ ja $k = 1, \dots, K$.

3. Merkitään

$$D = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

ja

$$E = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}.$$

(a) Mikä on matriisi $D \otimes E$?

(b) Mikä on matriisi $\text{vec}(D)$?

4. Merkitään

$$D = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

ja

$$E = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}, \quad F = [g \ h].$$

(a) Laske $\text{vec}(DEF)$.

(b) Laske $(F' \otimes D) \cdot \text{vec}(E)$.

(c) Tarkista, että $\text{vec}(DEF) = (F' \otimes D) \cdot \text{vec}(E)$.

2 Tietokonetehtäviä

Tutkitaan aineistoa `cornwell.raw`, jossa on muuttujat

variable name	storage type	display format	value label	variable label
county	int	%9.0g		county identifier
year	byte	%9.0g		81 to 87
crmte	float	%9.0g		crimes committed per person
prbarr	float	%9.0g		'probability' of arrest
prbconv	float	%9.0g		'probability' of conviction
prbpris	float	%9.0g		'probability' of prison sentenc
avgsen	float	%9.0g		avg. sentence, days
polpc	float	%9.0g		police per capita
density	float	%9.0g		people per sq. mile
taxpc	float	%9.0g		tax revenue per capita
west	byte	%9.0g		=1 if in western N.C.
central	byte	%9.0g		=1 if in central N.C.

urban	byte	%9.0g	=1 if in SMSA
pctmin80	float	%9.0g	perc. minority, 1980
wcon	float	%9.0g	weekly wage, construction
wtuc	float	%9.0g	wkly wge, trns, util, commun
wtrd	float	%9.0g	wkly wge, whlesle, retail trade
wfir	float	%9.0g	wkly wge, fin, ins, real est
wser	float	%9.0g	wkly wge, service industry
wmfg	float	%9.0g	wkly wge, manufacturing
wfed	float	%9.0g	wkly wge, fed employees
wsta	float	%9.0g	wkly wge, state employees
wloc	float	%9.0g	wkly wge, local gov emps
mix	float	%9.0g	offense mix: face-to-face/other
pctymle	float	%9.0g	percent young male
d82	byte	%9.0g	=1 if year == 82
d83	byte	%9.0g	=1 if year == 83
d84	byte	%9.0g	=1 if year == 84
d85	byte	%9.0g	=1 if year == 85
d86	byte	%9.0g	=1 if year == 86
d87	byte	%9.0g	=1 if year == 87
lcrmrte	float	%9.0g	log(crmrte)
lprbarr	float	%9.0g	log(prbarr)
lprbconv	float	%9.0g	log(prbconv)
lprbpris	float	%9.0g	log(prbpris)
lavgsen	float	%9.0g	log(avgsen)
lpolpc	float	%9.0g	log(polpc)
ldensity	float	%9.0g	log(density)
ltaxpc	float	%9.0g	log(taxpc)
lwcon	float	%9.0g	log(wcon)
lwtuc	float	%9.0g	log(wtuc)
lwtrd	float	%9.0g	log(wtrd)
lwfir	float	%9.0g	log(wfir)
lwser	float	%9.0g	log(wser)
lwmfg	float	%9.0g	log(wmfg)
lwfed	float	%9.0g	log(wfed)
lwsta	float	%9.0g	log(wsta)
lwloc	float	%9.0g	log(wloc)
lmix	float	%9.0g	log(mix)
lpctymle	float	%9.0g	log(pctymle)
lpctmin	float	%9.0g	log(pctmin)
clcrmrte	float	%9.0g	lcrmrte - lcrmrte[_n-1]
clprbarr	float	%9.0g	lprbarr - lprbarr[_n-1]

clprbcon	float	%9.0g	lprbconv - lprbconv[_n-1]
clprbpri	float	%9.0g	lprbpri - lprbpri[t-1]
clavgsen	float	%9.0g	lavgsen - lavgsen[t-1]
clpolpc	float	%9.0g	lpolpc - lpolpc[t-1]
cltaxpc	float	%9.0g	ltaxpc - ltaxpc[t-1]
clmix	float	%9.0g	lmix - lmix[t-1]

Lue data R:ään komennoilla

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/panel/cornwell.raw"
data<-read.table(file=file)
```

Lue data SAS:iin komennoilla (Huom. lisää tarvittavat muuttujat INPUT-riville).

```
FILENAME myurl URL 'http://cc.oulu.fi/~jklemela/panel/cornwell.raw';
```

```
DATA cornwell;
  INFILE myurl firstobs=1;
  INPUT county year crmrte prbarr prbconv prbpris avgsen;
RUN;
```

5 Piirrä jokaiselle otantayksikolle aikasarja muuttujan "crmrte" kehittymisestä vuosina 81-87. Otantayksikkoinä ovat piirikunnat (county). Piirrä aikasarjat mieluiten samaan kuvaan (tähän voi käyttää R-funktiota "matplot"). (Ohje: muuttujan "county" erilliset arvot löytyvät funktiolla "unique".)

3 Kertauskysymyksiä (eivät kuulu laskuharjoitukseen)

1. Tarkastellaan systeemimallia

$$Y = X\beta + u,$$

missä X on $G \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y sekä u ovat $G \times 1$ -vektoreita. Oletetaan, että $E(X'u) = 0$ ja $E(X'X)$ on kääntyvä. Osoita, että

$$\beta = [E(X'X)]^{-1}E(X'Y).$$

2. Tarkastellaan systeemimallia

$$Y_i = X_i\beta + u_i,$$

missä X_i on $G \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y_i, u_i ovat $G \times 1$ -vektoreita. Oletetaan, että $(Y_i, X_i), i = 1, \dots, N$, ovat i.i.d., $E(X_i' u_i) = 0$ ja $E(X_i' X_i)$ on kääntävä. Olkoon

$$\hat{\beta}_{SOLS} = \left(\sum_{i=1}^N X_i' X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N X_i' Y_i \right).$$

Osoita, että

$$N^{1/2}(\hat{\beta}_{SOLS} - \beta) \xrightarrow{d} N(0, A^{-1}BA^{-1}),$$

kun $N \rightarrow \infty$, missä $A = E(X_i' X_i)$ ja $B = E(X_i' u_i u_i' X_i)$.

3. Tarkastellaan systeemimallia

$$Y_i = X_i \beta + u_i,$$

missä X_i on $G \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y_i, u_i ovat $G \times 1$ -vektoreita. Oletetaan, että $(Y_i, X_i), i = 1, \dots, N$, ovat i.i.d., $E(X_i' u_i) = 0$ ja $E(X_i' X_i)$ on kääntävä. Määrittele estimaattori matriisille

$$A^{-1}BA^{-1},$$

missä $A = E(X_i' X_i)$ ja $B = E(X_i' u_i u_i' X_i)$.