

Pitkittäis- ja paneeliaineistojen analysointi

Laskuharjoitus 4

2014, Huhtikuu 9

1 Laskutehtäviä

1. Olkoon

$$Y = X\beta + u,$$

missä Y ja u ovat $G \times 1$ vektoreita, X on $G \times K$ -vektori ja β on $K \times 1$ -vektori. Olkoon $\Omega = E(uu')$. Oletetaan, että $E(X \otimes u) = 0$, Ω on kääntövä ja $E(X'\Omega^{-1}X)$ on kääntövä. Osoita, että

$$\beta = [E(X'\Omega^{-1}X)]^{-1}E(X'\Omega^{-1}Y).$$

2. Olkoon

$$Y = X\beta + u,$$

missä Y ja u ovat $G \times 1$ vektoreita, X on $G \times K$ -vektori ja β on $K \times 1$ -vektori. Olkoon $\Omega = E(uu')$. Osoita, että kun $G = 1$ niin OLS.3 ja SGLS.3 ilmaisevat saman ehdon.

3. Tarkastellaan paneeliaineiston mallia

$$Y_{it} = X_{it}\beta + u_{it},$$

missä Y_{it} ja u_{it} ovat skalaareita, X_{it} on $1 \times K$ -vektori ja β on $K \times 1$ -vektori. Oletetaan POLS.1:

$$E(X'_{it}u_{it}) = 0$$

kaikilla $i = 1, \dots, N$ ja $t = 1, \dots, T$. Osoita, että SOLS.1 pätee.

4. Olkoon

$$Y_{it} = X_{it}\beta + u_{it}, \quad t = 1, \dots, T,$$

missä $Y_{it}, u_{it} \in \mathbf{R}$, X_{it} on $1 \times K$ vektori ja β on $K \times 1$ vektori. Olkoon

$$E(u_{it}^2 X_{it}' X_{it}) = \sigma^2 E(X_{it}' X_{it})$$

ja

$$E(u_{it} u_{is} X_{it}' X_{is}) = 0, \quad t \neq s.$$

Osoita, että

$$E(X_i' u_i u_i' X_i) = \sigma^2 E(X_i' X_i),$$

missä X_i on $T \times K$ matriisi, jonka rivit ovat X_{it} ja u_i on $T \times 1$ vektori, jonka elementit ovat u_{it} .

Tehtävä osoittaa, että näitten oletusten vallitessa

$$\text{Avar}(\hat{\beta}_{POLLS}) = \frac{1}{N} A^{-1} B A^{-1} = \frac{1}{N} \sigma^2 A^{-1},$$

missä $A = E(X_i' X_i)$ ja $B = E(X_i' u_i u_i' X_i)$.

2 Tietokonetehtäviä

Tutkitaan aineistoa cornwell.raw, jossa on muuttujat

variable name	storage type	display format	value label	variable label
county	int	%9.0g		county identifier
year	byte	%9.0g		81 to 87
crmrt	float	%9.0g		crimes committed per person
prbarr	float	%9.0g		'probability' of arrest
prbconv	float	%9.0g		'probability' of conviction
prbpris	float	%9.0g		'probability' of prison sentenc
avgsen	float	%9.0g		avg. sentence, days
polpc	float	%9.0g		police per capita
density	float	%9.0g		people per sq. mile
taxpc	float	%9.0g		tax revenue per capita
west	byte	%9.0g		=1 if in western N.C.
central	byte	%9.0g		=1 if in central N.C.
urban	byte	%9.0g		=1 if in SMSA
pctmin80	float	%9.0g		perc. minority, 1980

wcon	float	%9.0g	weekly wage, construction
wtuc	float	%9.0g	wkly wge, trns, util, commun
wtrd	float	%9.0g	wkly wge, whlesle, retail trade
wfir	float	%9.0g	wkly wge, fin, ins, real est
wser	float	%9.0g	wkly wge, service industry
wmfg	float	%9.0g	wkly wge, manufacturing
wfed	float	%9.0g	wkly wge, fed employees
wsta	float	%9.0g	wkly wge, state employees
wloc	float	%9.0g	wkly wge, local gov emps
mix	float	%9.0g	offense mix: face-to-face/other
pctymle	float	%9.0g	percent young male
d82	byte	%9.0g	=1 if year == 82
d83	byte	%9.0g	=1 if year == 83
d84	byte	%9.0g	=1 if year == 84
d85	byte	%9.0g	=1 if year == 85
d86	byte	%9.0g	=1 if year == 86
d87	byte	%9.0g	=1 if year == 87
lcrm rte	float	%9.0g	log(crmrte)
lpr barr	float	%9.0g	log(prbarr)
lpr bconv	float	%9.0g	log(prbconv)
lpr bpris	float	%9.0g	log(prbpris)
lavgsen	float	%9.0g	log(avgsen)
lpolpc	float	%9.0g	log(polpc)
ldensity	float	%9.0g	log(density)
ltaxpc	float	%9.0g	log(taxpc)
lwcon	float	%9.0g	log(wcon)
lwtuc	float	%9.0g	log(wtuc)
lwtrd	float	%9.0g	log(wtrd)
lwfir	float	%9.0g	log(wfir)
lwser	float	%9.0g	log(wser)
lwmfg	float	%9.0g	log(wmfg)
lwfed	float	%9.0g	log(wfed)
lwsta	float	%9.0g	log(wsta)
lwloc	float	%9.0g	log(wloc)
lmix	float	%9.0g	log(mix)
lpctymle	float	%9.0g	log(pctymle)
lpctmin	float	%9.0g	log(pctmin)
clcrm rte	float	%9.0g	lcrm rte - lcrm rte[_n-1]
clpr barr	float	%9.0g	lpr barr - lpr barr[_n-1]
clpr bconv	float	%9.0g	lpr bconv - lpr bconv[_n-1]
clpr bpri	float	%9.0g	lpr bpri - lpr bpri[t-1]

clavgsen	float	%9.0g	lavgsen - lavgsen[t-1]
clpolpc	float	%9.0g	lpolpc - lpolpc[t-1]
cltaxpc	float	%9.0g	ltaxpc - ltaxpc[t-1]
clmix	float	%9.0g	lmix - lmix[t-1]

Lue data R:ään komendoilla

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/panel/cornwell.raw"
data<-read.table(file=file)
```

Lue data SAS:iin komendoilla (Huom. lisää tarvittavat muuttujat INPUT-riville).

```
FILENAME myurl URL 'http://cc.oulu.fi/~jklemela/panel/cornwell.raw';
```

```
DATA cornwell;
  INFILE myurl firstobs=1;
  INPUT county year crmrte prbarr prbconv prbpris avgsen;
RUN;
```

- 5 Estimoi lineaarinen malli POLS estimaattorilla (pooled ordinary least squares) käyttäen kaikkia vuosia 81-87. Mallissa vastemuuttuja on $\log(\text{crmrte})$ ja selittävät muuttujat ovat $\log(\text{prbarr})$, $\log(\text{prbconv})$, $\log(\text{prbpris})$, $\log(\text{avgsen})$ ja $\log(\text{polpc})$.

3 Kertauskysymyksiä (eivät kuulu laskuharjoitukseen)

1. Tarkastellaan systeemimallia

$$Y_i = X_i\beta + u_i,$$

missä X_i on $G \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y_i, u_i ovat $G \times 1$ -vektoreita. Merkitään $\Omega = Eu_iu_i'$. Oletetaan, että (Y_i, X_i) , $i = 1, \dots, N$, ovat i.i.d., $E(X_i \otimes u_i) = 0$, Ω on kääntyvä ja $E(X_i'\Omega^{-1}X_i)$ on kääntyvä. Olkoon

$$\hat{\beta}_{GLS} = \left(\sum_{i=1}^N X_i'\Omega^{-1}X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N X_i'\Omega^{-1}Y_i \right).$$

Osoita, että

$$N^{1/2}(\hat{\beta}_{GLS} - \beta) \xrightarrow{d} N(0, A^{-1}BA^{-1}),$$

kun $N \rightarrow \infty$, missä $A = E(X_i'\Omega^{-1}X_i)$ ja $B = E(X_i'\Omega^{-1}u_iu_i'\Omega^{-1}X_i)$.

2. Tarkastellaan systeemimallia

$$Y_i = X_i\beta + u_i,$$

missä X_i on $G \times K$ -vektori, β on $K \times 1$ -vektori ja Y_i, u_i ovat $G \times 1$ -vektoreita. Oletetaan, että (Y_i, X_i) , $i = 1, \dots, N$, ovat i.i.d., $E(X_i \otimes u_i) = 0$, Ω on kääntyvä ja $E(X_i' \Omega^{-1} X_i)$ on kääntyvä. Olkoon

$$\hat{\beta}_{FGLS} = \left(\sum_{i=1}^N X_i' \hat{\Omega}^{-1} X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N X_i' \hat{\Omega}^{-1} Y_i \right),$$

missä

$$\hat{\Omega} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{u}_i \hat{u}_i'$$

ja $\hat{u}_i = Y_i - X_i \hat{\beta}_{SOLS}$. Oletetaan tunnetuksi, että

$$N^{1/2}(\hat{\beta}_{FGLS} - \beta) \xrightarrow{d} N(0, A^{-1}BA^{-1}),$$

kun $N \rightarrow \infty$, missä $A = E(X_i' \Omega^{-1} X_i)$ ja $B = E(X_i' \Omega^{-1} u_i u_i' \Omega^{-1} X_i)$.
Määrittele estimaattori matriisille

$$A^{-1}BA^{-1}.$$