

# Tilastollinen päättely II

## Laskuharjoitus 1

2015, tammikuu 21

### 1 Laskutehtäviä

1. Osoita, että  $\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f} = 1$ , missä  $\hat{f} : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  on otokseen  $Y_1, \dots, Y_n$  perustuva histogrammi.
2. Piirrä empiirisen kertymäfunktion kuvaaja kun havainnot ovat 1, 2, 5, 6.
3. Olkoon  $Y$  reaaliarvoinen satunnaismuuttuja ja  $\eta \in \mathbf{R}$ . Olkoon  $X = |Y - \eta|$ . Osoita, että

$$F_X(x) = F_Y(\eta + x) - F_Y(\eta - x),$$

missä  $F_X$  on  $X$ :n kertymäfunktio ja  $F_Y$  on  $Y$ :n kertymäfunktio.

4. Olkoon  $Y$ :n jakauma Gammajakauma parametreilla  $\kappa$  ja  $\lambda$ , jolloin  $Y$ :n tiheysfunktio on

$$f_Y(y) = \frac{\lambda^\kappa}{\Gamma(\kappa)} y^{\kappa-1} \exp\{-\lambda y\}, \quad y > 0.$$

Osoita, että  $EY = \kappa/\lambda$ . Ohje: Gammafunktio on määritelty kaavalla

$$\Gamma(\kappa) = \int_0^\infty u^{\kappa-1} e^{-u} du$$

ja se toteuttaa  $\Gamma(\kappa + 1) = \kappa\Gamma(\kappa)$ , missä  $\kappa$  on positiivinen kokonaisluku.

## 2 Tietokonetehtäviä

S&P 500 osakeindeksin hintatiedot ovat osoitteessa

`http://cc.oulu.fi/~jklemela/stainf/sp500.csv`

Lue data R:ään ja muuta hintojen aikasarja tuottojen aikasarjaksi. Ohje: käytä komentoja

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/stainf/sp500.csv"  
data<-read.csv(file=file)  
sp500<-data[,7]  
sp500<-sp500[length(sp500):1]  
plot(sp500,type="l")
```

```
pituus<-length(sp500)  
tuotto<-log(sp500[2:pituus])-log(sp500[1:(pituus-1)])  
plot(tuotto,type="l")
```

5. Laske tuottojen aritmeettinen keskiarvo, keskihajonta, mediaani ja MAD (median absolute deviation). Piirrä tuotoista histogrammi.

## 3 Kertaustehtäviä (eivät kuulu laskuharjoituksiin)

1. Määrittele histogrammi.
2. Määrittele empiirinen kertymäfunktio.
3. Määrittele (a) stokastinen konvergenssi ja (b) jakaumakonvergenssi.
4. Muotoile (a) heikko suurten lukujen laki ja (b) keskeinen raja-arvolause.