

Aikasarja-analyysi

Laskuharjoitus 1

2013, Lokakuu 29

1 Laskutehtäviä

1. Olkoon $Y_t, t \in \mathbf{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ aikasarja. Määrittele kovarianssi ja korrelaatio:

- (a) $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k})$
- (b) $\text{Cor}(Y_t, Y_{t+k})$,

missä $t, k \in \mathbf{Z}$.

2. Olkoon $Y_t, t = 1, \dots, T$, aikasarjan realisaatio. Oletetaan, että $EY_t = \mu$, missä μ on vakio ja oletetaan, että $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k}) = c_k$ kaikille $k \geq 0$ ja $t = 1, \dots, T - k$, missä c_k on k :sta riippuva vakio.

- (a) Miten $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k})$ voidaan estimoida?
- (b) Miten $\text{Cor}(Y_t, Y_{t+k})$ voidaan estimoida?

3. Osoita, että

- (a) $\text{Var}(a + bX) = b^2 \text{Var}(X)$,
- (b) $\text{Cov}(a + bX, c + dY) = bd \text{Cov}(X, Y)$,

missä $X, Y \in \mathbf{R}$ ovat satunnaismuuttujia ja $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ ovat vakioita.

4. Osoita, että

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y),$$

missä $X, Y \in \mathbf{R}$ ovat satunnaismuuttujia.

2 Tietokonetehtäviä

Tutkitaan S&P 500 osakeindeksin aikasarjaa, joka on saatavissa sivulta

<http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GSPC+Historical+Prices>

Aineiston voi lukea R:ään komennoilla

```
file<-"http://cc.oulu.fi/~jklemela/timeseries/sp500.csv"
data<-read.csv(file=file)
sp500<-data[,7] # otetaan kunkin päivän lopetuskurssi
sp500<-sp500[length(sp500):1] # aloitetaan aikasarja vanhimmasta havainnosta
```

5. (a) Piirrä aikasarjasta $SP500_t$ kuvio.
(b) Piirrä aikasarjasta $\log(SP500_t)$ kuvio.
(c) Tee muunnos

$$Y_t = SP500_t - SP500_{t-1}$$

ja piirrä aikasarjasta Y_t kuvio.

- (d) Tee muunnos

$$Y_t = \log \frac{SP500_t}{SP500_{t-1}} = \log(SP500_t) - \log(SP500_{t-1})$$

ja piirrä aikasarjasta Y_t kuvio.

- (e) Tee muunnos

$$Y_t = \frac{SP500_t - SP500_{t-1}}{SP500_{t-1}} = \frac{SP500_t}{SP500_{t-1}} - 1$$

ja piirrä aikasarjasta Y_t kuvio.